munis lateris locũ nobis ostẽdit. Itẽ perpendicularem ex H erigentibus versus C, ea circulũ in L secare cernitur, perq; merito F L arcum scz 30 gra. 34 minutorũ latus cõmune B F basim trianguli minoris 20 scz gra. F D autẽ basim maioris 30 gra. & 20 m̃ cõtinentẽ pronunctiamus. Idem operandi modus in trigono fuerit, cui tertium latus maius duobus conuenientibus sit, semper autẽ in hijs maior lateris arcus primũ quadranti imponendus est, eo quod basis esse postulat, non aliter hoc modo cum B D agi visum est, vbi etiã F punctus requiri solebat. Hiis itaq; paucis vniuersum primi mobilis opus seu intellectum abundè consequi licet, quæ tamen nõ quod pauca sint, sed quod preciosa, prudens lector nunq̃ non admirari, sat scio volet. Iam dictorum forma præcedit.

ENVNCTIATVM SECVNDVM

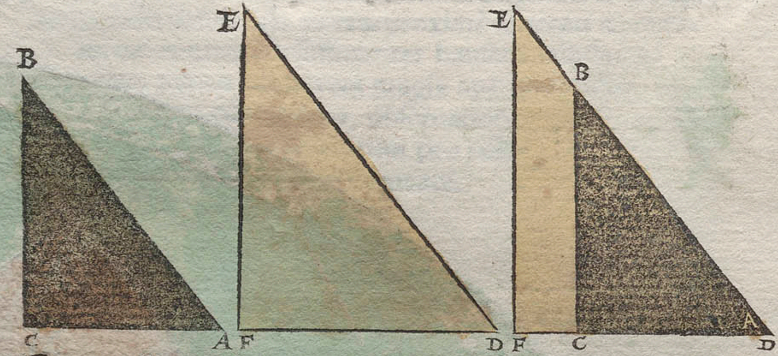
Omnes primi mobilis commoditates gæometrica demõstratione & ea facillima agnoscere.



CVM PLANETARVM A NObis iã cursus vna cũ primi mobil' vsib' facillima, nec vnq̃ antea producta fidelitate, quantum ego quidem video, expositi sint, superest vt eiusdem primi mot' contemplationem pari facilitate producam, clarissimaq; demonstratione firmem, hoc enim vbi fiet, spero futurum omnino, vt astronomico huic nihil prorsus deesse quisq̃ quæri possit. Ignosci vero mihi ab omnibus postulo, si hac in parte succinxior fuero, neq; in numeram propositionum congeriem, sicuti in mathematicis demonstrationibus vsu venire solet, adduxero, animus siquidem est rem breuissimis absoluere, quamobrem vna dumtaxat Euclidis inductione contentus ero. Quod si primi motoris tractationem ingredi penitus tentẽ, vereor ne plerisq; ingratum faciam, presertim geometricarum certificationum rudioribus. Sed quia rem omnibus planam esse volo, paucissimisq; traditurum subinde pollicear vnico interim Euclidis axiomate prestare conabor, est autem 4 hæc Euclidis propositio libri sexti, quæ sic habet.

Propositio Euclidis 4 libri 6.

Omnium duorum triangulorum quorum anguli vnius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos respiciẽtia sunt proportionalia. Propositionem illam breuiter, triangulis binis propositis, hunc in modum elucidabo. Primus esto A B C, Secundus D E F, horum vero amborum anguli intersese omnes cõuenientissimi sint, sicvt angulus A angulo D, angulus B angulo E, angulus C angulo F per omnia respondeat. His angulis sibi assimilibus, latera quoq; proportionabilia vt sint, oportet. Sic enim primi trianguli latus A B cum secundi trianguli latere D E, sic etiam A C linea primi cũ linea D F secundi, rursus B C prioris, cum E F posterioris trianguli, lineæ conueniunt. Nec non A B linea habet se ad B C lineam, sicut latus D E ad latus E F. Id quod adhuc magis obuium fuerit tyroni cuipiam triangulos illos ambos sibi ipsis superpositos imaginanti hoc pacto.



Quid agendũ huic, qui vsus primi mobilis intellectur' est

¶Commoditatem igitur motoris primi, quamcunq; aliquam rimaturus, ante omnia triangulum quẽdam sphæricum rectangulum animo concipiat, vt si cogniturus sit, quãtum Leonis initium ab ecliptica distet, trigonum primò sphæricũ formet, ibi autẽ, quia vicinissima Leonis principio ecliptica est, iuxta Libre initiũ, vbi æquinoctialẽ transit, quarta eadem illa arcui G L K conferenda erit, sicut etiã proxima æquatoris quadra literis G Q H committenda fuerit. Præterea Leonis initium L litera, G autem principium Libre referente, G L arcus gra. 60 pronunctiandus est, & solis declinatio longissima K H 23 gra. videlicet 30 mi. dicenda est, eiusdem cum K H quantitatis est angulus L G Q, qui latus K H includit. Sciendum vero est, omnẽ trigonum non pluribus q̃ tribus angulis, tribusq; laterib' cõstare, è quibus duo, si nota sunt, reliqua quoq; hac ratione constabunt. Palam est eclipticæ M K L G & æquinoctialis M H Q G superficies sese per diametrum G N M scindere, angulumq; ob id vniformem ab M versus G constituere, vnde si nunc à litera K rectã in cẽtrum sphæræ M diducis, rectam similiter ab L in diametrũ G M, eãdem tamen orthogonaliter in puncto N secantem protrahis, lineas M K & N L æquidistare cernis. Præterea si perpendicularẽ demittas à K super basim M H, ea in O punctũ deferetur, quemadmodũ etiam

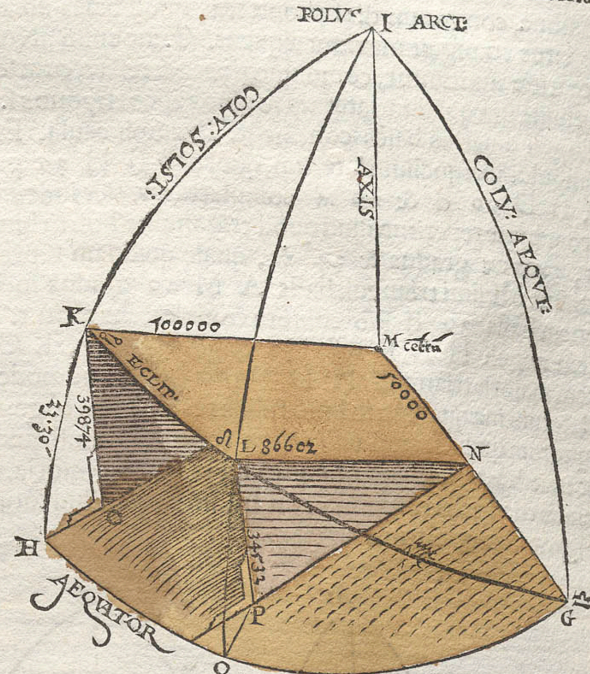
etiam ex puncto L perpendicularis demissa, superficiem M H G in litera P incidit, ita bini trianguli, alter M K O, alter N L P lateribus angulisq; correspondentibus efficiuntur. ¶Nunc ergo declinantis Leonis arcũ scz L Q, vt propositũ est, inspiciamus, dicendo M K sinus integer, producit K O, maximæ declinationis sinum, quid N L, qui sinus est arcus G L, creat? Hic iuxta regulã pergenti hunc modũ Regiomontanæ tabulæ primo mobili deseruientes, supputatæ sunt. Consequenter reliquæ etiam & angulos & latera huius sphærici trigoni, vnde vniuersa primi mobilis commoda lucẽ accipiunt, inquiremus. ¶Ponamus itaq; G L & L Q arcus cognitos, quare angulum L G Q, quia ab arcu K H significatur, scituros pergo, inquies N L, qui sinus est arcus G L, producit L P, quid sinus M K vbi si regulã imitatus quotum cõtulero, quantitatẽ lineæ K O reperio. Cuius arcũ vez K H requirẽs, verã totius anguli L G Q capacitatẽ cognosco. ¶Esto iã arcus G L ignotus, angulus vero G & arcus L Q cogniti, G L itaq; arcũ habiturus dices, sinus anguli G scz K O producit K M, sinũ integrũ, quid iã L P, qui sinus est L Q arcus, profert? Pro regulæ operatus modo N L lineæ quãtitatẽ agnosces, cuius lineæ arcũ si assummas, cũ priore pro voto rẽ absolueris.

Primæ demõstrationis via.

Quo ingenio tabulæ primi mobilis sunt supputatæ.

Secũda demõstratio.

Via tertiæ demõstrationis.

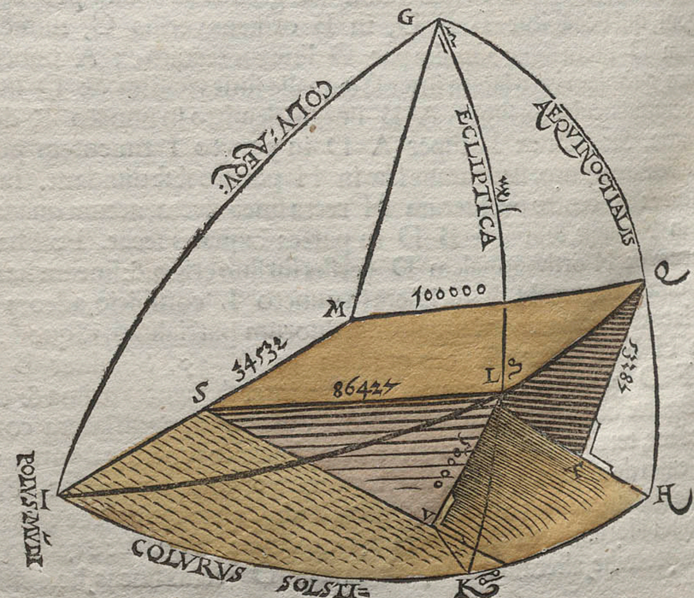


¶Itẽ G L Q angulus & arcus G Q lateant, quos simili via deprehensuri simus. Arcus ergo G Q H cũ vna circuli quarta sit, & 90 gra. cõtineat, inquirendus Q H nobis arcus est. Qui inuentus & 90 gradibus sublatus, residuũ nobis G Q scz arcũ reliquit. Quã rẽ oculari demonstratione rursum allaturus, superficies binas, vt antea imaginor, velũti Solsticialis colurus I K H vna cũ semidiametro suo M H, & axe I M vnã superficiẽ, siue vt quadrãs I L Q cũ axe I M & semidiametro M Q alterã cõstituit. Trigonũ ergo nũc qualẽ supra habes I L K literis distinctũ, cuius latera duo supponimus esse nobis cognita, sicut L K, quod arcus G L cõplemẽtũ est, & I L, quod latus idẽ quoq; arcus L Q cõplemẽtũ est. Quoniã vero arcus Q H cõplectitur angulũ L I K, angulus I querẽdus superest, quẽ eodẽ vt supra angulum G inuenimus, modo offendemus ita. Linea perpendicularis ex L puncto ducatur super axim I, illa enim in S pũcto terminatur, sinumq; arcus I L significat. Aio proinde, S L cõtinet L V sinum arcus L K, quid sinus vniuersus, scz M Q linea possidet? Et proportio lineam Q T remittit. Cuius lineæ arcus est Q H anguli I quantitatẽ referens. Vnde si Q H arcũ à 90 demis, arcus G Q restat, ille qui quesitus est.

Demonstratio Quarta.

¶Quod si G Q prioris trianguli notus statuatur, G L vero ignotus, tũ L K arcus æque ac L Q superi' indagabitur, hoc modo. Dicatur M Q totus scz sinus Q T progingnit, quid S L? arc' autẽ K L in quoto ostendetur, quo sublato à 90, arcus L G remanet.

Demonstratio Quinta.

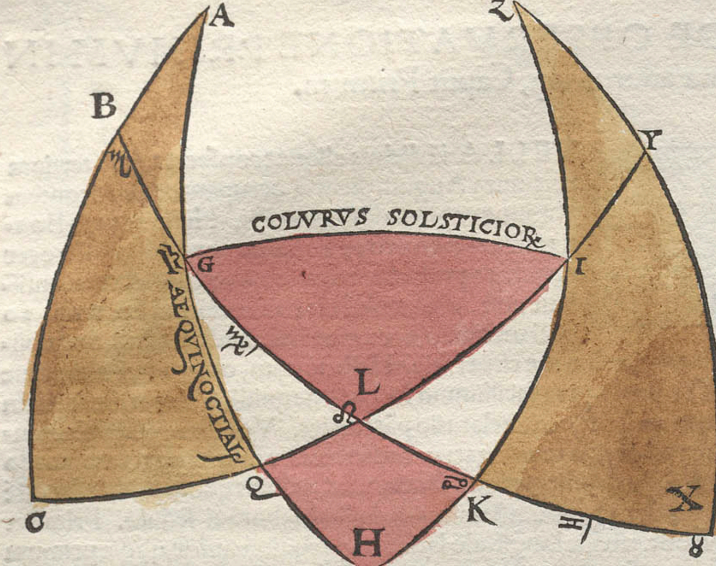


Sexta demonstratio.

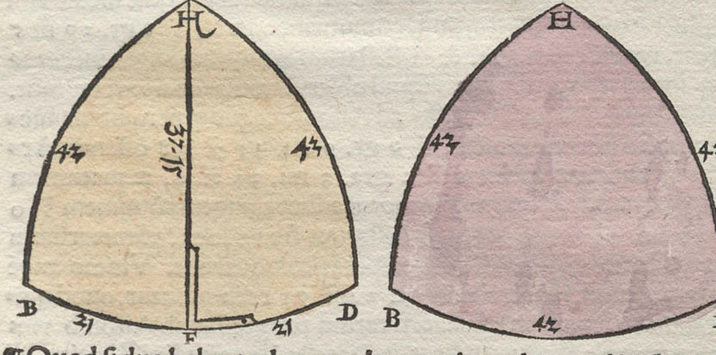
¶Trigoni prioris lateribus G L & G Q manifestis, L Q latus minus cognitum per alia duo cognosces, si hac proportione vsus fueris dicens, T Q dat Q M integrũ scz sinum, quid V L promittit? Q H enim & K L arcus iã liquent (cõplementis eorundẽ apertis) in quoto L S lineæ magnitudinẽ videbis, cuius arcus est I L, cõplemẽtũ vero L Q hoc mõ quæsitũ offert. Vt patet in præcedẽti figura.

Septima demonstratio.

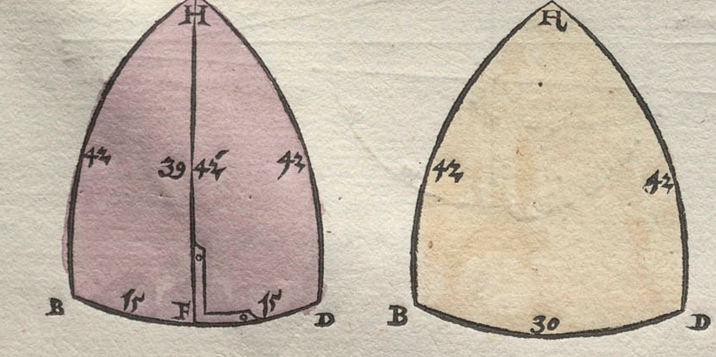
¶Restat vnũ adhuc primi illius trigoni nondũ ventilatũ, videlicet G L Q quantus ibi angulus L sit. Illud autẽ duobus videre modis licebit, primo huiusmodi. Quandoquidẽ L Q iã patet, cõplementũ quoq; suũ, quod ad C vsq; sese extendit, ei adijciendũ est, sicut etiam arcui L G cõplemẽtũ suũ, quod ad B vsq; protendit addendũ. Dicendũ erit ita. Sinus L G arcus, sinũ arcus G Q emittit, quid sinus totus causabitur? Ibi quamprimũ quoties B C arcũ ostendet eum, qui propositum angulum G L Q includit, similiter angulum I L K angulo G L Q æqualem, tanquàm contrapositum. Secundus modus ostensionis est talis, vt si dicatur, sinus arcus L I progingnit sinũ arcus I K (vterq; enim illorũ præscitur) quid sinus integer? Appositè iã tractanti cætera, arcus Y X occurret, quantitatem anguli I L K referens. Sic ergo bifariã idẽ demõstraueris. Cuius secundæ demonstrationis rationẽ ita intellexeris, si triangulum L I K æquæ atq; G L Q trigonum imagineris constitui, sphæricãq; illã trapeziam I Y X K, per omnia similem trapeziæ L K H Q. quapropter eadẽ via demonstrandi est, Y X seu B C, quæ fuit antea in designãdo K H arcu, quo demõstrato, angulus sibi oppositus G L Q & I L K, qui duplici via æquales iã reperti sunt, assequut' es.



¶Accidit interdũ qđ triangulus sphæric' rectũ angulũ nullũ habeat, verũ latera tria nota. Angulos autẽ vt cognoscas eiusdẽ trigoni fieri non potest, nisi eundẽ in duos distribuas, ita vt quilibet rectũ cõtineat angulũ, quo facto, promptũ omnino singulorũ angulorũ spacia secũdum iã allatã demonstrandi methodum dimetiri. Trifariã ad hæc triãgulus nonrectangulus exhiberi potest, aut enim tria, aut duo latera æqualia habens, aut tria simul inæqualia complexus, proponitur. Triũ laterum æqualium triangulo, qui & æquilaterus appellatur proposito, eius vnum aliquod in duo per mediũ in puncto F seca, arcumq; ex puncto H in F vsq; prodeuntẽ existima, ille enim propositum tibi trigonum in binos rectangulos dirimet, post quod angulos simul & latus illud commune demonstrandi via iam dicta perdisces.

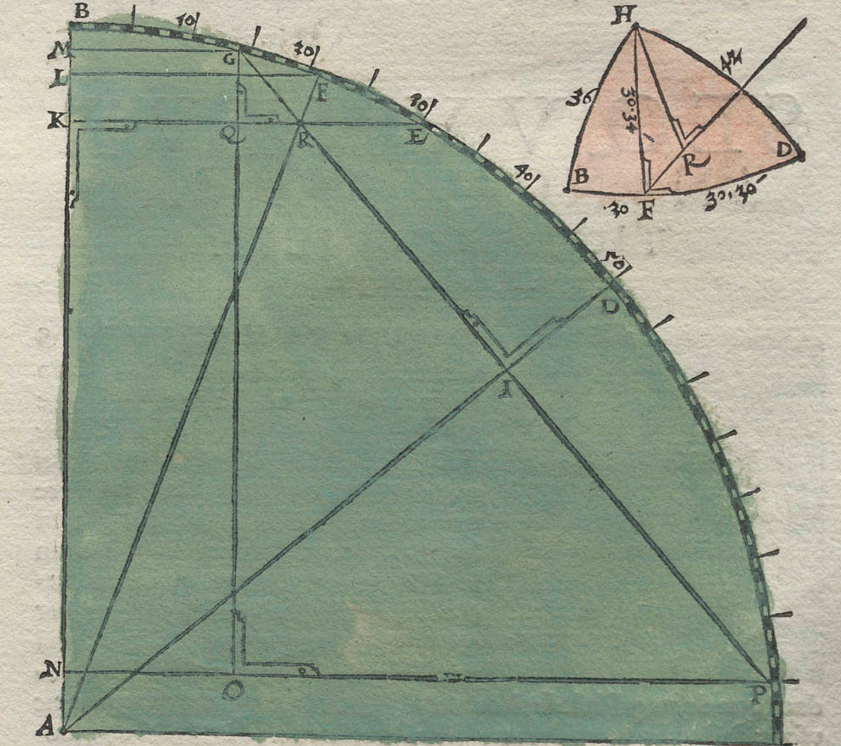


¶Quod si duo habeat adæquata latera triangulus, qualẽ insequens figura præfert, tũ latus tertiũ ambob' æqualibus insertũ similiter in duo partire, & hoc in puncto F. Iã si ab H id est, angulo lateri huic aduerso, arcũ in F vsq; protẽderis, triãgulum tibi propositũ, ab eodẽ in duos triangulos rectangulos dispesci animaduertes, quos quidẽ triangulos, quanti sint, adducto sæpe ostẽsionis modo depræhẽdes. Sequũtur nũc figuræ triãgulorũ, in quib' latus H B lateri H D assimilis ostẽdit. Tertio triãguli latere, vel maiore vel minore duob' alijs existente.



Alia demonstrandi via.

¶At si vsu venit latera oblati triãguli omnia esse sibi dissimilia, primũ est, vt trigonũ in binos partias rectangulos, quod quam facillime perãgas, aliũ insuper ostendi vsum excogitaui, qui est istiusmodi. Quartam circuli partẽ, id est, quadrãtẽ rite cũ suis semidiametris orthogonijs expressam plano super aliquo delinea, cuius centrũ A, semidiametrorũ extrema B C literis inscribe. Trigoni latus maximũ limbo quadrãtis impone, B D literisq; signa. Arcũ trianguli mediocrem loca vna extremitate in D versus B extendendo, alterã cũ G signa. Minimũ trigoni latus circa B incipiens aduersus D emitte, & B E nomina. Iã ex D in centrũ A lineã rectã diduc, & arcũ G D, mediocri trianguli latus exhibentẽ, à D versus C in puncto P terminãtem extende. Duo mox puncta G & P alia linea recta connecte, Linea autẽ illa semidiametrũ A D per punctũ I rectangulariter diuidet, G I sinus rectus arcus propositi scz G D vocatur. Postea ex puncto E perpẽdicularẽ super A B diametrũ, eundẽ in puncto K secãtẽ, dimitte, & lineã E K sinũ minimi lateris trianguli propositi voca. Deinde lineã orthogonalẽ ex puncto P, lineæ A B superiniice, quæ vsq; in N procedẽs, sinum arcus B P ostendit. Hoc in loco animaduerte me de lineis imaginariis tantummodo loqui, per lineamq; nihil aliud, q̃ arcus sinũ rectũ existimare. Deinceps arcũ G D dupla, qui duplatus G P producit. Huius G P sinũ rectum, qui est G O require, eundemq; in linea A B cũ literis N M signa. Sinus arcus B G linea est M G, cui postq̃ duxeris æqualẽ N O, super linea N P, clarũ est lineas M G & N O, sicut etiã N M & G O æquidstãtes esse. Cum igitur K E & N P parallẽlæ sint, & si per illas alia tertia nempe G O transuersim eat, sequitur omnino angulos G Q E & G O P vtrosq; sibi pares, simul & rectos esse, quod secundũ, esto non accedat, sufficit tamẽ æquales in præsentia esse. Nobis nunc præmissa ex Euclide repetentib', scz Omniũ duorũ triangulorũ quorum anguli vnius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos respicientia esse quoq; proportionalia, Succedet hunc in modũ tractatio, vt anguli duo æquales & recti, latera quoq; proportionalia cõtineant, quales sunt G O P & G Q R triãguli præsentes, qui duo anguli quoniã recti sunt, angulusq; Q G R ambobus cõmunis est, patet angulũ G R Q tertio quoq; G P O æqualẽ existere. Latus insuper Q R adhuc ignotum, ex regula proportionũ inuestigabimus sic. Linea G O mõstrat sinũ O P, quid G Q? quotus regulæ sinũ Q R ostendet quæsitũ, quẽ si arcui B G adiicis, ad lineã nempè K Q, lineæ K R quantitas desiderata à te palã fiet. Deinde sinũ K R & sinũ K N singulatim in se duc, productãq; collige, collecti radix quadrata quãtitatẽ lineæ A R ostẽdit. Modo si arcũ lineæ A R à 90 demis, arcus H F relinquitur, qui ad angulos rectos sphærales ab H in F punctũ defertur. R F autẽ eiusdẽ sinus est, qui dicitur versus, quẽ si nouisse velis, A R sinũ à toto subtrahe, residuum ex subtractione R F restabit. Postremo arcũ B F queremus etiã hoc pacto. Imaginãtibus nobis lineam L F, sinum scz arcus B F protendi, A R autem lineã vsq; in F produci, trianguli duo A R K & A F L cõsurgẽt. Vnde dicetur A R dat R K quid A F? Regulã sequẽti quãtitas lineæ L F in quotiente offeretur, cuius item arcus B F ab arcu B D sublatus F D arcum relinquit. His peractis, prioribus sex demonstrationũ viis vtens, nihil nõ ad votum vsq; scitu saltẽ necessarium, hic plene assequẽris.



¶Aliter eãdẽ demõstrationẽ institues sic. Quoties triangulũ nõ rectãgulũ tria cõplecti inæqualia latera cõtingit, è quibus latera duo angulusq; vnus cognita sunt, tertiũ vero ignotũ, quale in præsenti triangulo A B C, latus ignoratur C B, cõstant autẽ A B & A C, proinde tertiũ C B quoq; habiturus sic age. Principio arcũ B D, cũ qui ad angulos rectos sphærales super arcũ A C D G in puncto N II D incidit